

FRAZIONI ALGEBRICHE

Semplifica le seguenti frazioni algebriche.

$$1 \quad \frac{2xy + 2y}{x + 1} \quad [2y] \quad \frac{y^2 - 4}{y^2 + 4y + 4} \quad \left[\frac{y-2}{y+2} \right]$$

$$2 \quad \frac{3ab + b^2}{b^2 + b} \quad \left[\frac{3+b}{b+1} \right] \quad \frac{8a^3 - 1}{4a^2 - 1} \quad \left[\frac{4a^2 + 2a + 1}{2a + 1} \right]$$

$$3 \quad \frac{4x^2 + 3}{12x^2 + 9} \quad \left[\frac{1}{3} \right] \quad \frac{x^2 + 6x + 9}{x^2 + 2x - 3} \quad \left[\frac{x+3}{x-1} \right]$$

$$4 \quad \frac{9a^2 - 1}{6a + 2} \quad \left[\frac{3a-1}{2} \right] \quad \frac{x^4 - 8x^2 + 16}{x^3 + x^2 - 4x - 4} \quad \left[\frac{x^2 - 4}{x+1} \right]$$

$$5 \quad \frac{a^5 - a^3x^2}{a^2x^2 - x^4} \quad \left[\frac{a^3}{x^2} \right] \quad \frac{4x^3 - 28x}{12x - 8x^2} \quad \left[\frac{x^2 + 7}{3 - 2x} \right]$$

Esegui le seguenti operazioni tra frazioni algebriche.

$$6 \quad \frac{3x}{2y} - \frac{x}{6y} \quad \left[\frac{4x}{3y} \right]$$

$$7 \quad \frac{2a}{x+3} - \frac{a}{2x+6} \quad \left[\frac{3a}{2(x+3)} \right]$$

$$8 \quad \frac{2x}{x-3} + \frac{8}{x^2-9} \quad \left[\frac{2(x^2+3x+4)}{x^2-9} \right]$$

$$9 \quad \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) : \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right) \quad \left[\frac{a+b}{b-a} \right]$$

$$10 \quad \frac{3x^2 - 2xy}{ab} \cdot \frac{a^2b^2 - ab}{3x - 2y} \quad [x(ab-1)]$$

$$11 \quad \frac{a^2 - b^2}{a^2b^2} : \frac{3a + 3b}{4ab} \quad \left[\frac{4(a-b)}{3ab} \right]$$

$$12 \quad \frac{x^3 - 1}{x^2 - 1} : \frac{x^2 + x + 1}{x^2 + x} \quad [x]$$

$$13 \quad \frac{x+a}{x-a} \cdot \frac{x^2 - 2ax + a^2}{x^2 + 2ax + a^2} \quad \left[\frac{x-a}{x+a} \right]$$

Semplifica le seguenti espressioni.

$$14 \quad \frac{a}{a-b} + \frac{a}{b-a} \quad [0]$$

$$15 \quad \frac{x}{x^2 - 3x - 4} - \frac{1}{x-4} \quad \left[\frac{1}{(x+4)(x-1)} \right]$$

$$16 \quad \frac{a}{a-x} + \frac{3a}{a+x} - \frac{2ax}{a^2 - x^2} \quad \left[\frac{4a}{a+x} \right]$$

$$17 \quad \frac{2}{x^2 - 2x - 3} + \frac{1}{x^2 - 4x + 3} - \frac{1}{x-3} \quad \left[\frac{x}{(1-x)(1+x)} \right]$$

$$18 \left(\frac{2x+3}{x+1} : \frac{2x^2+1}{x^2-1} - 1 \right) : \frac{2x^2+1}{x-3} \quad \left[\frac{x-4}{x-3} \right]$$

$$19 \left(\frac{4}{b^2-4} - \frac{b-2}{b+2} \right) \cdot \left(1 - \frac{b}{4-b} \right) \cdot \left(1 - \frac{2}{b} \right) \quad \left[2 \cdot \frac{2-b}{2+b} \right]$$

$$20 \left(\frac{1}{x-2y} + \frac{1}{x+2y} \right) : \frac{x}{x^2-4y^2} \quad [2]$$

$$21 \left[\left(x + \frac{a^2}{x-a} \right) : \left(x - \frac{2ax-a^2}{x+a} \right) - \frac{a(3x-5a)}{(x-2a)(x-a)} \right] : \frac{x^2-9a^2}{x^2-4a^2} \quad \left[\frac{x+2a}{x+3a} \right]$$

$$22 (a^2-1) \cdot \left(\frac{a}{a+1} + \frac{a}{a-1} - 1 \right) - (a-1)^2 \quad [2a]$$

$$23 \left(\frac{a-2b}{a+b} - \frac{2a-b}{a-b} + 1 \right) : \frac{b-2a}{a-b} + \frac{2a}{a+b} \quad [2]$$

EQUAZIONI

Esegui gli esercizi seguendo gli esempi e le indicazioni.

■ Verifica se l'espressione $2(a-6) + 3a = a + 4(a-3)$ è un'identità.

Se si eseguono i calcoli e si riducono i termini simili nei due membri separatamente, si ottiene

$$1^\circ \text{ membro} \longrightarrow 2(a-6) + 3a = \dots\dots\dots$$

$$2^\circ \text{ membro} \longrightarrow a + 4(a-3) = \dots\dots\dots$$

L'espressione è un'identità perché $1^\circ \text{ membro} = 2^\circ \text{ membro}$

■ Verifica se l'espressione $(x-1)(x-3) = (x-2)^2 - 1$ è un'identità.

$$1^\circ \text{ membro} \longrightarrow (x-1)(x-3) = \dots\dots\dots$$

$$2^\circ \text{ membro} \longrightarrow (x-2)^2 - 1 = \dots\dots\dots$$

Conclusione: $\dots\dots\dots$

■ Applicando il 1° principio di equivalenza, in ciascuna equazione sposta i termini con l'incognita nel 1° membro e i termini noti nel 2° membro.

$$7x + 3 = 4 - 2x \longrightarrow 7x + 2x = 4 - 3$$

$$2x - 6 = 3x - 1 \longrightarrow \dots\dots\dots$$

$$4 - 10x = 6 + 3x \longrightarrow \dots\dots\dots$$

$$9x - 1 = 3x + 2x \longrightarrow \dots\dots\dots$$

..... equazione in forma normale, applicando i due principi di equi-
valenza.

$$6x - 2 = 4x + 1 \rightarrow 6x - 2 - 4x - 1 = 0 \rightarrow 2x - 3 = 0$$

$$\frac{1}{2}x + \frac{2}{3}x = 4 \rightarrow \frac{3x + 4x}{6} = \frac{24}{6} \rightarrow \frac{7x}{6} = \frac{24}{6} \rightarrow 7x = 24 \rightarrow 7x - 24 = 0$$

$$\frac{3}{2}x - 5 = 0 \rightarrow \dots\dots\dots$$

$$x^2 = 3x + 6 \rightarrow \dots\dots\dots$$

Riduci in forma normale l'equazione

$$2x(x - 1) + 9 - x = x(x - 3) + 1$$

e indica il suo grado.

si eseguono i calcoli

$$\rightarrow 2x^2 - 2 + 9 - x = x^2 - 3x + 1$$

si spostano tutti i termini nel 1° membro

$$\rightarrow \dots\dots\dots$$

si riducono i termini simili

$$\rightarrow \dots\dots\dots$$

La forma normale dell'equazione è

$$\dots\dots\dots$$

Riduci in forma normale l'equazione

$$x(x^2 - 3) + 7x = 2 - 5x(1 - x)$$

e indica il suo grado.

esegui le due moltiplicazioni

$$\rightarrow \dots\dots\dots$$

sposta tutti i termini nel 1° membro

e riduci i termini simili

$$\rightarrow \dots\dots\dots$$

La forma normale dell'equazione è

$$\dots\dots\dots$$

Il grado dell'equazione è

Risolvi le seguenti equazioni intere.

7 $8(x + 1) - 2(x + 5) = 3x + 7$

$$[x = 3]$$

8 $4(x - 2) = 6x - 2(x + 2)$

$$[\text{impossibile}]$$

9 $2(x - 4) + 6x = 3(1 + x)$

$$\left[x = \frac{11}{5} \right]$$

10 $2 + x(3 - x) = (1 - x)(1 + x)$

$$\left[x = -\frac{1}{3} \right]$$

11 $2x - 2(x - 1) - 10 + 5x = 4x + 3(x - 2) - 5$

$$\left[x = \frac{3}{2} \right]$$

12 $9(2x - 1) = 15 - 20(2 - x) - 2$

$$[x = 9]$$

13 $\frac{5}{2}(x + 4) + 5(x - 4) + \frac{1}{2}(x - 2) = 10x - 3$

$$[x = -4]$$

$$14 \quad \frac{7x-14}{6} + x = 2(x-8) + \frac{1}{6}x$$

[impossibile]

$$15 \quad \frac{x-1}{3} + 5x = \frac{13}{4} - \frac{3x-1}{2} + x$$

$$\left[x = \frac{7}{10} \right]$$

$$16 \quad \frac{1}{3} \left(\frac{x-1}{2} - x \right) = \frac{1-x}{6} + 1 + \frac{1-x}{4}$$

$$\left[x = \frac{19}{3} \right]$$

$$17 \quad \frac{2x-1}{3} = \frac{5x-1}{12} + 2x$$

$$\left[x = -\frac{1}{7} \right]$$

Risolvi le seguenti equazioni fratte.

$$18 \quad \frac{1}{x-5} = \frac{6}{1+2x}$$

$$\left[x = \frac{31}{4} \right]$$

$$19 \quad \frac{2(x-2)}{1+2x} - \frac{x+5}{x-1} = 0$$

$$\left[x = -\frac{1}{17} \right]$$

$$20 \quad \frac{4}{x-3} + \frac{1}{x^2-9} = \frac{6}{x+3}$$

$$\left[x = \frac{31}{2} \right]$$

$$21 \quad \frac{8}{2(x+4)} = \frac{3}{4-x} - \frac{2}{x^2-16}$$

$$\left[x = \frac{2}{7} \right]$$

$$22 \quad \frac{x-1}{x+1} - \frac{x+2}{x-1} + \frac{1+5x}{x^2-1} = 0$$

[indeterminata]

$$23 \quad \frac{x}{x-3} - \frac{1}{x} = 1 + \frac{1-x}{3x-x^2}$$

$$[x = -4]$$

$$24 \quad \frac{x+2}{x+1} + \frac{x^2+1}{1-x^2} = \frac{3}{1-x}$$

$$[x = 0]$$

$$25 \quad \frac{x+3}{x-3} + \frac{x-3}{x+3} = 2$$

[impossibile]

$$26 \quad \frac{1}{2x-1} - \frac{1}{2x+1} = \frac{3}{4x^2-4x+1}$$

$$\left[x = -\frac{5}{2} \right]$$

$$27 \quad \frac{1}{3-2x} + \frac{3}{2x^2-3x} + \frac{5}{x} = 0$$

$$\left[x = \frac{4}{3} \right]$$

Risolvi le seguenti equazioni letterali.

$$28 \quad 3x - a + 2 = 0$$

$$\left[x = \frac{a-2}{3} \right]$$

$$29 \quad 2(x-a) - 3(x+a) = 5x - a$$

$$\left[x = -\frac{2}{3}a \right]$$

$$30 \quad a(x+3-a) = x+2$$

$$\left[\begin{array}{l} a \neq 1 \quad x = a-2 \\ a = 1 \quad \text{indeterminata} \end{array} \right]$$

$$31 \quad (a-b)x - a + b = 0$$

$$\left[\begin{array}{l} a \neq b \quad x = 1 \\ a = b \quad \text{indeterminata} \end{array} \right]$$

32 $x - a = \frac{x-1}{a}$ $\left\{ \begin{array}{l} a = 0 \text{ perde significato} \\ a = 1 \text{ indeterminata} \\ a \neq 1 \ x = a + 1 \end{array} \right.$

33 $\frac{ax}{a-2} - \frac{ax-2}{a+2} = 1$ $\left\{ \begin{array}{l} a = \pm 2 \text{ perde significato} \\ a = 0 \text{ indeterminata} \\ a \neq 0 \ x = \frac{a-2}{4} \end{array} \right.$

34 $\frac{a+x}{a-x} + \frac{a-x}{a+x} = \frac{a}{a^2-x^2}$ $\left[a \neq 0 \ x = \frac{1}{4} \right]$

35 $\frac{2x+a}{x} + \frac{2x^2-3ab}{bx-x^2} = \frac{a}{x-b}$ $\left[b \neq 0 \ x = a \right]$

Risolvi i seguenti problemi utilizzando le equazioni.

36 Trova il numero che, addizionato ai suoi $\frac{3}{4}$, dà come somma 14. [8]

37 Trova il numero che occorre aggiungere alla sua metà per ottenere 60. [40]

38 Il doppio di un numero supera di 13 il numero stesso diminuito di 2. Qual è il numero? [11]

39 La somma della quarta parte di un numero con la metà dello stesso numero è 6. Qual è il numero? [8]

40 Trova il numero che, diviso per 7, dà come quoziente 3 e resto 2. [23]

41 Quale numero, aggiunto alla sua metà, dà per somma il multiplo secondo 4 della differenza tra il numero stesso e 10? [16]

42 Scrivi il numero 28 come addizione di due addendi tali che il maggiore di essi è $\frac{4}{3}$ del minore. [16; 12]

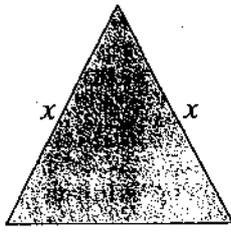
43 Il perimetro di un triangolo isoscele è 65 cm e la base misura 4 cm meno del lato obliquo. Calcola l'area del triangolo.

Se il lato è x , la base è

$p = 65 \rightarrow$

.....

lato = $x =$ base =



Calcola l'altezza del triangolo applicando il teorema di Pitagora e quindi calcola

l'area:

$A = \frac{b \cdot h}{2} =$

44 Qual è l'ampiezza degli angoli di un triangolo, se il primo è $\frac{4}{3}$ del secondo e il terzo supera il secondo di 30° ?

Se il secondo angolo si indica con x

primo angolo =

terzo angolo =

somma = $180^\circ \rightarrow$

.....

.....

I tre angoli misurano.....

45 In un triangolo ABC il lato BC supera il lato AB di 2 cm e il lato AC supera il lato BC di 4 cm: calcola le misure dei lati, sapendo che il perimetro è 20 cm.

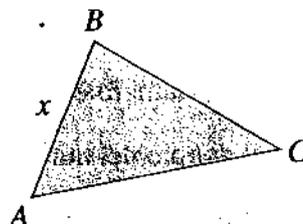
Se si pone $AB = x$

$BC =$

$AC =$

$p = 20 \rightarrow$

.....



46 In un triangolo isoscele ciascun angolo alla base è $\frac{1}{4}$ dell'angolo al vertice. Quanto misurano gli angoli del triangolo?

Se si pone $\hat{V} = x$

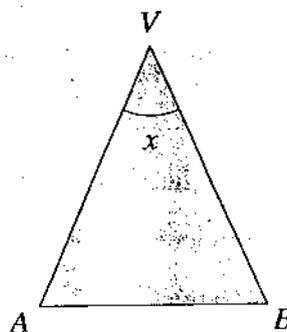
$\hat{A} =$ $\hat{B} =$

somma = $180^\circ \rightarrow$

.....

.....

.....



Gli angoli del triangolo misurano

DISEQUAZIONI

Risolvi le seguenti disequazioni e rappresenta graficamente l'insieme delle soluzioni.

- 1 $x + 5 < 2x + 3(x - 1)$ [$x < 2$]

- 2 $2 - 3(x - 1) \geq 8x - 5$ [$x \leq \frac{10}{11}$]

- 3 $2(2x + 5) - 8 > 4(x - 1)$ [indeterminata]

- 4 $12x - 2(4 - x) < 6(x + 12) - 8$ [$x < 9$]

- 5 $5(x - 1) - 7(1 - x) \leq x - 1$ [$x \leq 1$]

- 6 $2x(x + 1) < x(2x - 1) + 12$ [$x < 4$]

- 7 $11x - 2(x + 3) < 5(2x - 3) + 7$ [$x > 2$]

- 8 $7(x - 1) > 3(3x - 8) + 5(2 - x)$ [$x > -\frac{7}{3}$]

- 9 $7(2 - 3x) - 4(x - 2) \leq (x - 2) - 12x$ [$x \geq \frac{12}{7}$]

- 10 $8x - 3(x + 15) + 5(2 + 9x) \geq -2(x + 11)$ [$x \geq \frac{1}{4}$]

- 11 $x(x + 2) - (x - 3)(x + 3) > 2(1 - x) - 1$ [$x > -2$]

- 12 $(x + 3)^2 + 3 - (x + 2)(x - 2) \geq 5(x + 3)$ [$x \geq -1$]

- 13 $\frac{1}{2}x + \frac{2}{3}(x - 1) < \frac{4}{3}x - 2$ [$x > 8$]

- 14 $\frac{1}{3}(x - 7) + \frac{1 - x}{3} > \frac{5}{2}(3x + 2) + \frac{1}{2}$ [$x < -1$]

- 15 $\frac{21 + 2x}{12} - \frac{x}{4} > \frac{1 - x}{8} - \frac{5x - 14}{12}$ [$x > -1$]

- 16 $\frac{x - 10}{6} - \frac{4 - x}{8} > \frac{2x + 1}{6} - \frac{2x - 3}{8}$ [$x > 13$]

- 17 $7x - \frac{4 + x}{8} < \frac{2x + 1}{4} + \frac{2x + 1}{8}$ [$x < \frac{1}{7}$]

- 18 $\frac{x - 3}{4} + \frac{x - 4}{3} > \frac{2x - 5}{2} + \frac{4 - 3x}{6}$ [$x > 3$]

Risolvi i seguenti sistemi di disequazioni.

$$\mathbf{19} \quad \begin{cases} 7+x < 12-x \\ 6-2x > 4 \end{cases} \quad [x < 1]$$

$$\mathbf{23} \quad \begin{cases} x - \frac{1}{3} < 2 \\ 2(x-1) - x > 6(x-1) \end{cases} \quad \left[x < \frac{4}{5} \right]$$

$$\mathbf{20} \quad \begin{cases} 25-x > 9 \\ 2(x-1) < 5 \end{cases} \quad \left[x < \frac{7}{2} \right]$$

$$\mathbf{24} \quad \begin{cases} \frac{1}{2}x - \frac{5}{3} \leq 0 \\ x - \frac{1}{5} < 0 \end{cases} \quad \left[x < \frac{1}{5} \right]$$

$$\mathbf{21} \quad \begin{cases} \frac{3}{2}x + 1 < 0 \\ x + \frac{1}{3} > 0 \end{cases} \quad \text{[impossibile]}$$

$$\mathbf{25} \quad \begin{cases} \frac{1}{3}(x-1) + \frac{1}{2}(x-2) < 2 \\ 2(x-1) > \frac{1}{2}(3-x) \end{cases} \quad \left[\frac{5}{3} < x < 4 \right]$$

$$\mathbf{22} \quad \begin{cases} \frac{1}{2}x + 3 > 0 \\ 2x - \frac{1}{3} < 0 \end{cases} \quad \left[-6 < x < \frac{1}{6} \right]$$