# Schema per lo studio del grafico di una funzione f(x)

1. **Il dominio**

Prima di procedere con qualsiasi operazione sulla funzione è obbligatorio accertare quali valori della variabile indipendente *x* hanno una immagine attraverso *f*: in generale

a. si pongono gli evenuali denominatori diversi da zero
b. si pongono gli argomenti delle radici pari (quadrate etc.) non negativi
c. si pongono gli argomenti di eventuali logaritmi positivi
d. gli argomenti delle funzioni inverse di seno e coseno devono appartenere all'intervallo $[-1,1]$
e. nel caso di funzioni composte come *f(g(x))* verificare che il codominio di g sia incluso nel dominio di f
f. tutte le condizioni compongono un sistema di disequazioni che va risolto intersecando tutte le soluzioni

2. **il segno**

Nello studio del grafico di una funzione è importante stabilire le zone del piano cartesiano che includono il grafico stesso: a questo proposito è opportuno escludere quelle che non verranno occupate.
Studiando il segno della f(x) escludiamo la parte negativa per quei punti del piano dove l'immagine della ascissa è positiva e viceversa dove $f(x)\leq 0$.
In questo modo nello stesso tempo si determinano gli zeri della funzione.
Attenzione: non sempre l'espressione di f(x) consente di determinare per via algebrica le radici dell'equazione f(x)=0: in questi casi sarà sufficiente riscrivere l'equazione stessa nella forma $f_1(x)=f_2(x)$ e stabilire se i grafici delle due curve si intersecano.

3. **Asintoti**

Sono rette a cui il grafico della funzione si avvicina indefinitamente. Si cercano nel seguente ordine:

a. verticali
Esistono eventualmente nei punti di frontiera $x_i$ del dominio di *f* quando $\lim_{x\to x_i} f(x)=\pm\infty$ , ovvero quando i limiti destro o sinistro sono illimitati. In tal caso hanno equazione $x=x_i$.
Se il dominio di f è tutto $\mathbb{R}$ non esistono.

b. orizzontali
Possono esistere se il dominio della funzione è illimitato ovvero se è possibile calcolare il limite per x tendente a infinito e/o meno infinito. Possono essere al massimo due:
se $\lim_{x\to\infty} f(x)=L$ dove L è un numero finito allora la retta y=L è asintoto orizzontale destro;
se $\lim_{x\to-\infty} f(x)=N$ dove N è un numero finito allora la retta y=N è asintoto orizzontale sinistro.

c. obliqui
Possono esistere se il dominio della funzione è illimitato ovvero se è possibile calcolare il limite per x tendente a infinito e/o meno infinito. Se esistono già quelli orizzontali non ha nessun senso cercarli.
Sono della forma $y=mx+q$.
Al massimo possono essere due: uno per *x* tendente a $+\infty$ e l'altro per $x\to-\infty$. Il valore dei coefficienti *m* e *q* si determina con
$m_+=\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x}$ e se esiste, finito e non nullo $q_+=\lim_{x\to\infty}\left(f(x)-m_+x\right)$. Se entrambi sono finiti allora l'asintoto obliquo esiste. Analogamente
$m_-=\lim_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{x}$ e se esiste, finito e non nullo $q_-=\lim_{x\to-\infty}\left(f(x)-m_-x\right)$. Se entrambi sono finiti allora l'asintoto obliquo esiste.

4. **la derivata prima**

Si determina per via algebrica l'espressione della derivata prima applicando le comuni regole di derivazione, si fattorizza il risultato e se ne studia il segno.

a. controllare che il dominio della f' coincida con quello di f: per i punti non derivabili ma appartenenti al Dom f calcolare, se possibile, il limite destro e sinistro di f'(x). Se il valore è $\pm\infty$ la tangente in quel punto è verticale (nei quatto casi possibili).
b. determinare in base alla crescenza e decrescenza della curva i punti di massimo, minimo e flesso: NOTA BENE:
   i. il punto di massimo è l'ascissa dove il grafico presenta un massimo
   ii. il massimo è l'immagine del punto di massimo attraverso la f ed è l'ordinata del punto di massimo
   iii. il punto del massimo è il punto del piano cartesiano che ha per ascissa il punto di massimo e per ordinata il massimo

5. **il grafico**

Disegnati i punti stazionari, gli eventuali asintoti si traccia il grafico (a matita) probabile della curva avendo l'accortezza di rispettare la monotonia stabilita nel segno della derivata prima.
Per punti di dubbia posizione possiamo determinarne una approssimazione in base alla loro ascissa e all'immagine della stessa.

6. **flessi**

Se il grafico lo consente si possono prevedere e localizzare i punti di flesso. Il calcolo della derivata seconda con il relativo segno permette di individuarli.