

Equazioni fratte parametriche con esempi

a.
$$\frac{1}{5a(x-2a)} + \frac{2}{15a(3a+x)} = \frac{1}{3a(x-3a)}$$

Campo di accettabilità: se $a=0$ l'equazione perde di significato

Campo di esistenza

A $x \neq 2a$ B $x \neq -3a$ C $x \neq 3a$

Moltiplico entrambi i membri per $15a$:

$$\frac{3}{x-2a} + \frac{2}{3a+x} = \frac{5}{x-3a}$$

$$\frac{3(x^2 - 9a^2) + 2(x-2a)(x-3a)}{(x-2a)(x+3a)(x-3a)} = \frac{5(x-2a)(x+3a)}{(x-2a)(x+3a)(x-3a)}$$

$$\cancel{3x^2} - 27a^2 + \cancel{2x^2} - 10ax + 12a^2 = \cancel{5x^2} + 5ax - 30a^2$$

$$-15ax = -45a^2$$

Il parametro a non può essere 0 e pertanto

$$x = 3a$$

I casi A, B e C rientrano nel caso $a=0$.

b.
$$\frac{5(3a^2-1)}{x-3a} - \frac{6(2a^2-1)}{x-2a} = \frac{3a^2+1}{x+3a}$$

Campo di esistenza

A $x \neq 3a$ B $x \neq 2a$ C $x \neq -3a$

$$\frac{(15a^2-5)(x-2a)(x+3a) + (-12a^2+6)(x^2-9a^2)}{(x-3a)(x-2a)(x+3a)} = \frac{(3a^2+1)(x^2-5ax+6a^2)}{(x-3a)(x-2a)(x+3a)}$$

$$x^2(\cancel{15a^2-5} - \cancel{12a^2+6} - \cancel{3a^2-1}) + x(\cancel{15a^3-5a} + \cancel{15a^3} + \cancel{5a}) +$$

$$-6a^2(15a^2-5) - 9a^2(6-12a^2) - 6a^2(3a^2+1) = 0$$

$$30a^3x - \cancel{90a^4} + 30a^2 - 54a^2 + \cancel{108a^4} - \cancel{18a^4} - 6a^2 = 0$$

$$30a^3x = 30a^2$$

Se $a=0$ l'equazione diventa $0=0$ (indeterminata) e le radici sono tutti i valori non

nulli. Se $a \neq 0$ allora $x = \frac{1}{a}$

Discussione

A $x \neq 3a$ implica che $3a \neq \frac{1}{a} \rightarrow a^2 \neq \frac{1}{3} \rightarrow a \neq \pm \sqrt{\frac{1}{3}}$

B $x \neq 2a$ $2a \neq \frac{1}{a} \rightarrow a^2 \neq \frac{1}{2} \rightarrow a \neq \pm \sqrt{\frac{1}{2}}$

C $x \neq -3a$ $-3a \neq \frac{1}{a} \rightarrow a^2 \neq -\frac{1}{3} \rightarrow$ per ogni valore di a

$$c. \frac{2a+3}{x-2} + \frac{4(2a+1)}{(x-2)^2} = \frac{2a+3}{x+2}$$

$$d. \frac{11-a}{x-11} + \frac{25(a-1)}{x-1} = \frac{2(12ax+7a-7x+48)}{x^2+4}$$

$$e. \frac{5(3a-2)}{x-1} + \frac{2(6a-1)}{x+2} = \frac{3(9a-4)}{x-3}$$

$$f. \frac{4a}{x+2a} + \frac{(2a-3)(2a+1)}{2(x-3)} = \frac{(2a-1)(2a+3)}{2(x-1)}$$

$$g. \frac{a-4}{x-a} + \frac{6(2a+1)}{(a-1)(x+2)} = \frac{(a+2)(a+5)}{(a-1)(a+x+1)}$$

$$h. \frac{1-4a}{a(a+x-1)} + \frac{5a-1}{a(2a+x-1)} = 0$$

$$i. \frac{6a^2+a}{x+6a-2} = \frac{2a(2a+1)}{x+4a-1}$$

$$j. \frac{15-22a}{x+4a-3} + \frac{32a-25}{x+6a-5} = 0$$

$$k. \frac{5-a}{x-2} + \frac{9a(a+5)}{(9a-4)(x+2)} = \frac{2(47a-10)}{(9a-4)(9a+x-2)}$$

$$l. \frac{2a(2a+1)}{x+1} + \frac{1-6a}{x+2a} = \frac{(2a-1)^2}{x-1}$$

$$m. \frac{(2a+3)(7a-5)}{x-3} - \frac{(2a-3)(7a+1)}{x+3} = \frac{6(5a-2)}{x-2a}$$

$$n. \frac{2a+1}{x-5a} - \frac{3}{x-a} = \frac{2(a-1)}{a+x}$$

$$o. \frac{5(a-3)}{x-1} + \frac{-3ax-a+7x-1}{x^2+1} = \frac{2(a-4)}{x-2}$$

$$p. \frac{4a-1}{x-2a} = \frac{5}{x-3}$$