Compito in classe di Matematica del 6 marzo 2003

Disequazioni irrazionali e coniche

I testi degli esercizi proposti e le soluzioni grafiche e analitiche

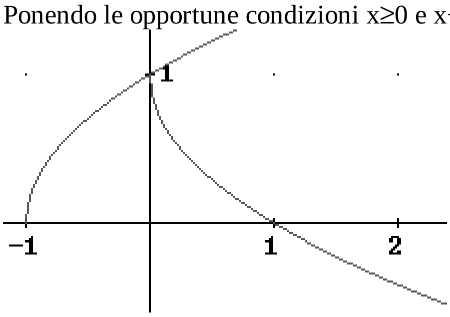
---

$$\sqrt{x} \le 1 - \sqrt{x+1}$$

L'equazione può scriversi nella forma

$\sqrt{x+1} \le 1 - \sqrt{x}$

Ponendo le opportune condizioni $x \ge 0$ e $x+1 \ge 0$ il grafico dei due membri della disequazione è



Ne segue che l'unico valore di x che soddisfa la disuguaglianza è 0.Pertanto l'insieme delle soluzioni è S={0}

$$\sqrt{4-x} < \sqrt{x+2}$$

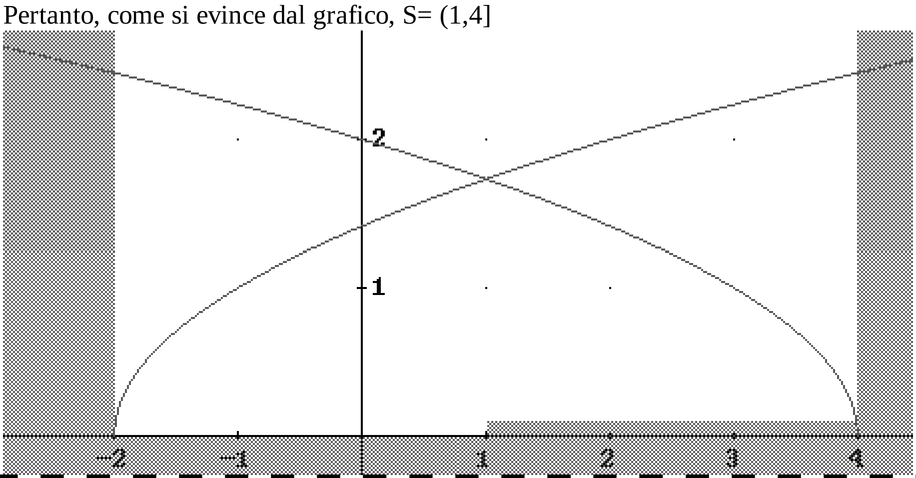
Ponendo $4-x \ge 0$ e $x+2 \ge 0$ e $y \ge 0$ otteniamo il grafico di due emiparabole che si intersecano nel punto di ascissa

$4-x=x+2$

$2x=2$

$x=1$

Pertanto, come si evince dal grafico, S= (1,4]



$$x^2 + 3x \ge \sqrt{x+4}$$

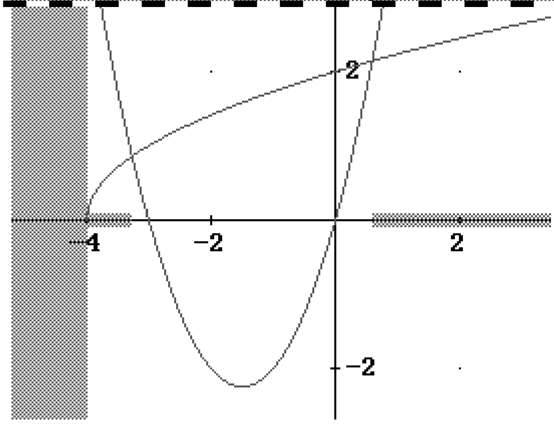
L'unica condizione è che $x+4 \ge 0$; per il resto dal grafico delle due parabole

Le intersezioni si trovano risolvendo l'equazione

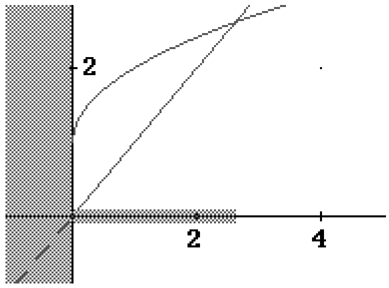
$(x^2+3x)^2 = x+4$

che essendo di quarto grado ci accontentiamo di determinarne l'esistenza.

Pertanto le soluzioni saranno $S=[-4, \alpha) \cup (\beta, \infty)$



$$1+\sqrt{x} > x$$



La condizione sono x≥0 e y≥1: esce una semiparabola con la bisettrice del primo e terzo quadrante
Il punto di intersezione si trova risolvendo l'equazione

$$\sqrt{x} = x-1$$

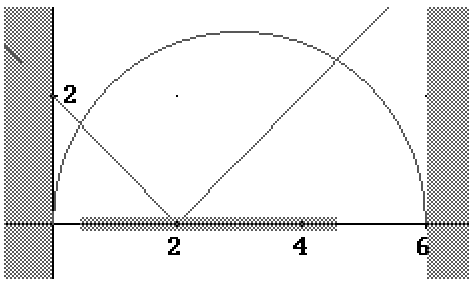
$$x = (x-1)^2$$

$$x^2 - 3x + 1 = 0$$

$$x_{1/2} = \frac{3 \pm \sqrt{9-4}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$$

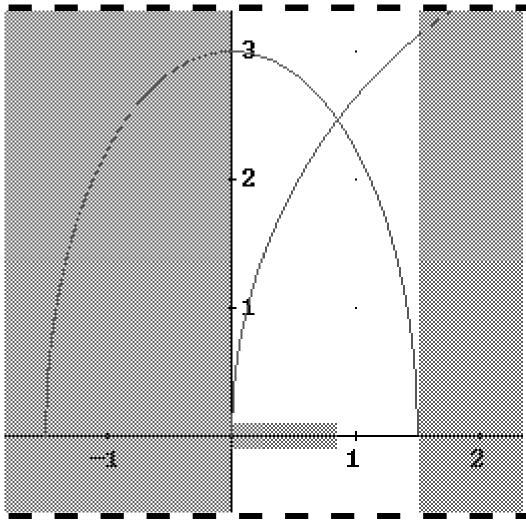
Delle due radici è accettabile quella maggiore e pertanto S= $\left[0, \frac{3+\sqrt{5}}{2}\right]$

$$\sqrt{6x-x^2} > |x-2|$$



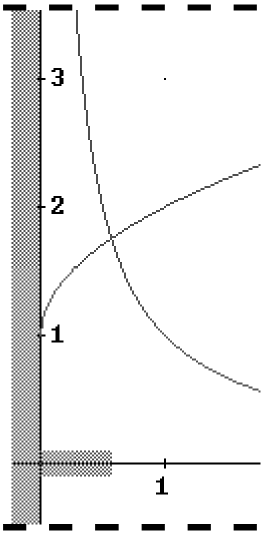
La condizione 6x–x² ≥0 è soddisfatta per 0≤x≤6 e il primo termine della disequazione rappresenta una semicirconferenza. Il termine con il modulo rappresenta la spezzata che si annulla per x=2

Pertanto risolvendo l'equazione di secondo grado
$6x-x^2 = (x-2)^2$
si ottiene l'insieme delle soluzioni
S= $\left(\frac{5-\sqrt{17}}{2}, \frac{5+\sqrt{17}}{2}\right)$



$$\sqrt{9-4x^2} \le \sqrt{8x-x^2}$$

I due membri della disequazione rappresentano una semiellisse e una semicirconferenza: le soluzioni sono
S= $\left[0, \frac{\sqrt{43}-4}{3}\right]$



$$1+\sqrt{x} \le \frac{1}{x}$$

Ponendo x>0 e y≥1, dal confronto del grafico della semiparabola con l'iperbole equilatera si ha che
S=(0,α]
dove α è radice dell'equazione

$x + x\sqrt{x} - 1 = 0$

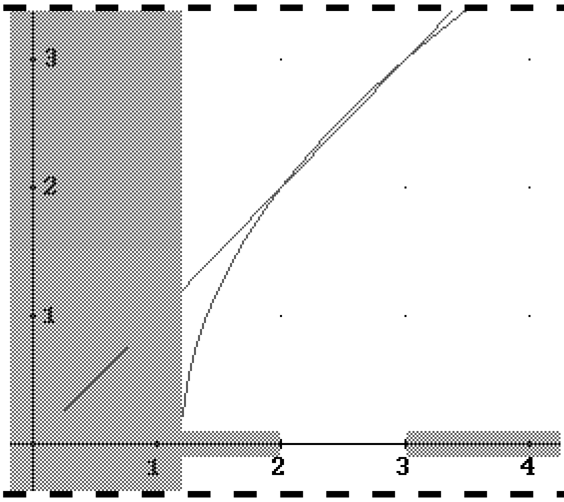
ponendo $\sqrt{x} = t$

$t^2 + t^3 - 1 = 0$

Essendo tale equazione di grado superiore al secondo ci accontentiamo della sua esistenza.

$$|x| > \sqrt{5x-6}$$

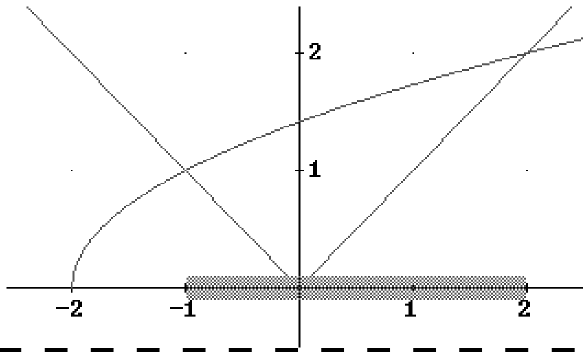
Ponendo 5x–6≥0 → x≥6/5 →|x|=x
Risolvendo l'equazione x²=5x–6 si ottiene S=[6/5 ,2) ∪ (3, ∞)



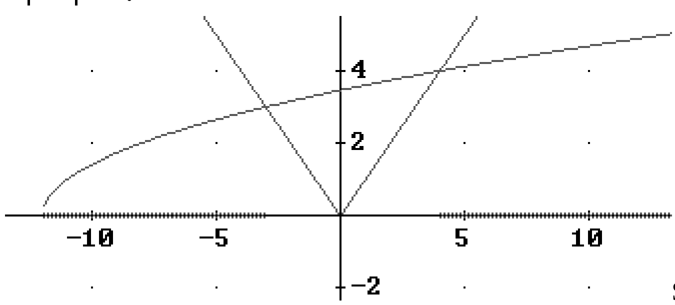
D'ora in avanti riporto il testo e il grafico risolutivo e le soluzioni

$$|x| < \sqrt{x+2}$$

S=(–1,2)

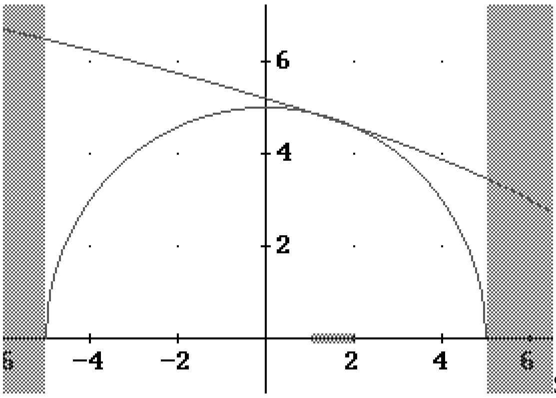


$$|x| > \sqrt{x+12}$$



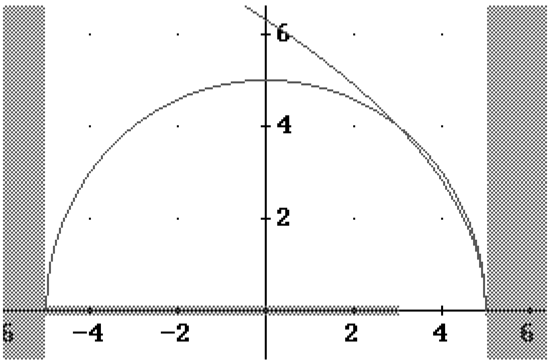
S=[–12, –3) ∪ (4, ∞)

$$\sqrt{27-3x} \le \sqrt{25-x^2}$$



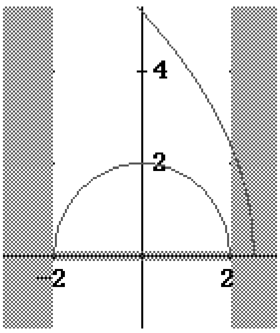
S=[1,2]

$$\sqrt{40-8x} \ge \sqrt{25-x^2}$$



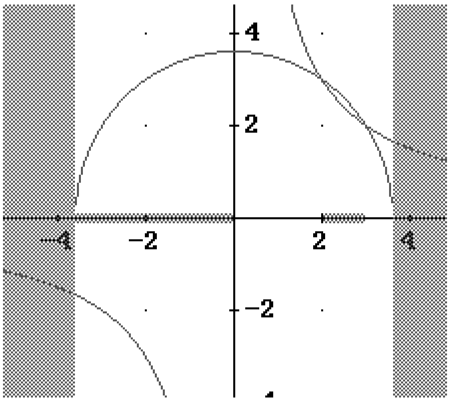
S=[−5,3) ∪ {5}

$$\sqrt{28-11x} < \sqrt{4-x^2}$$



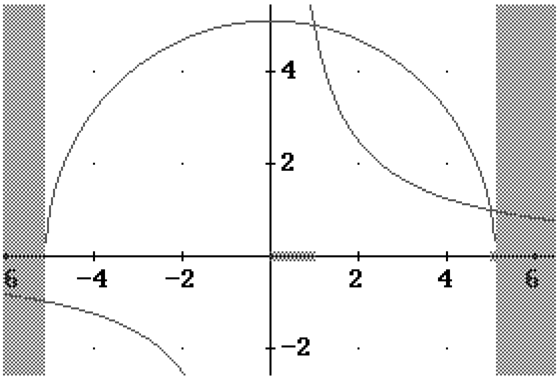
la disequazione è impossibile

$$\frac{6}{x} < \sqrt{13 - x^2}$$



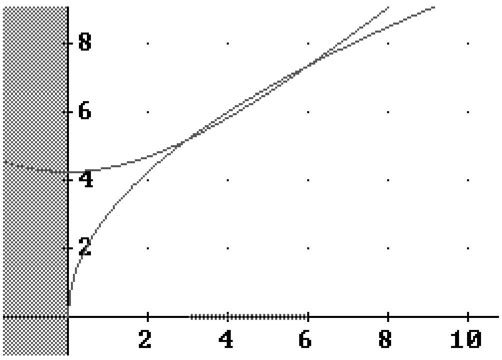
S=$[-\sqrt{13},0) \cup (2,3)$

$$\frac{5}{x} \geq \sqrt{26 - x^2}$$



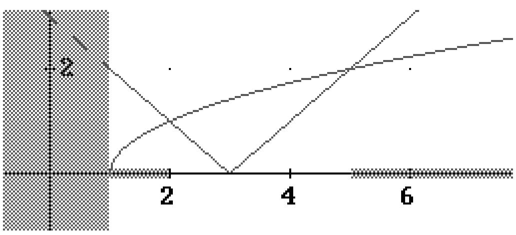
S=$(0,1] \cup [\sqrt{5},\sqrt{26}]$

$$\sqrt{x^2 + 18} < 3\sqrt{x}$$



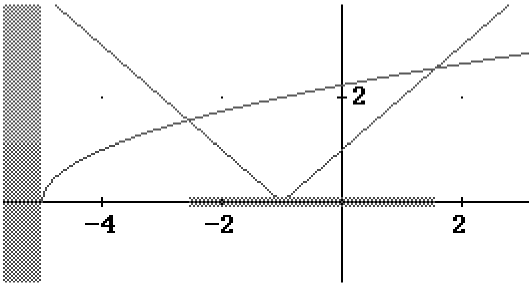
S=$(3,6)$

$$\sqrt{x-1} < |x-3|$$



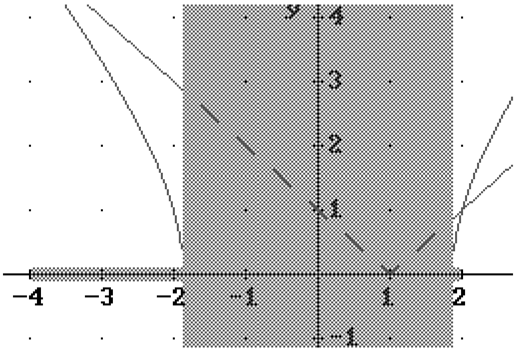
S=$[1,2] \cup (5,\infty)$

$$\sqrt{x+5} > |x+1|$$



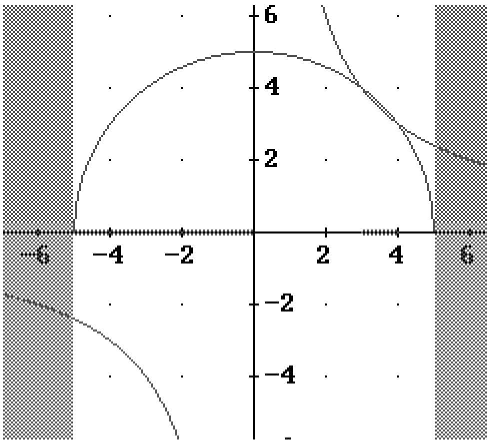
S= $\left(\frac{-1-\sqrt{17}}{2}, \frac{\sqrt{17}-1}{2}\right)$

$$\sqrt{2x^2-7} < |1-x|$$



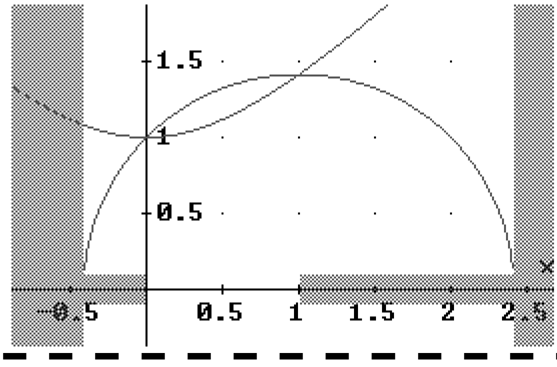
S= $(-4,-\sqrt{7/2}\,] \cup [\sqrt{7/2}\,,2)$

$$\frac{12}{x} \leq \sqrt{25-x^2}$$



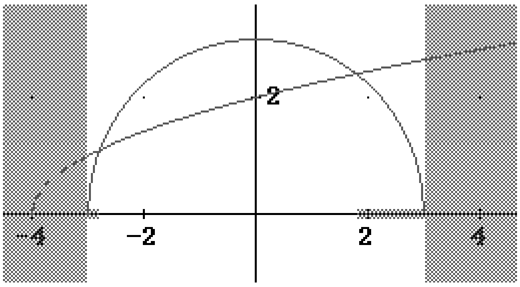
S= $[-5,0) \cup [3,4]$

$$\sqrt{1+2x-x^2} < \sqrt{1+x^2}$$



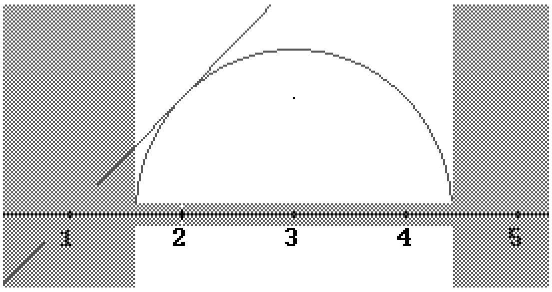
S= $[1-\sqrt{2}\,,\,0) \cup (1,\,1+\sqrt{2}\,]$

$$\sqrt{9-x^2} < \sqrt{x+4}$$



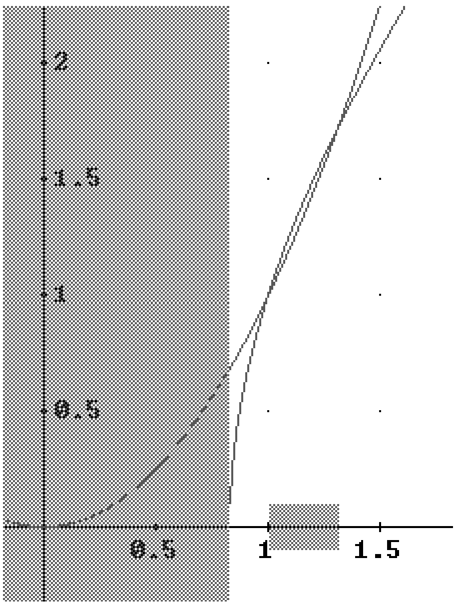
S=$[-3, -(1+\sqrt{21})/2) \cup ((\sqrt{21}-1)/2, 3]$

$$\sqrt{6x-7-x^2} < x-1$$



S=$[3-\sqrt{2}, 2) \cup (2, 3+\sqrt{2}]$

$$\sqrt{x^2+4x-4} > x^2$$



S=$(1, \beta)$