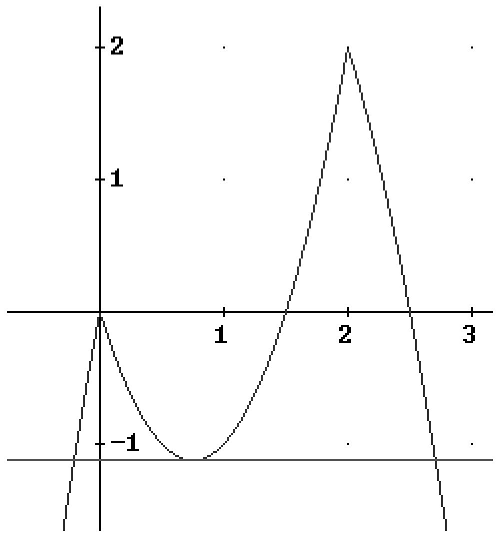
1. Data la funzione $f(x)=\begin{cases}0 & |x|<1\\ 1+f(x/10) & |x|\geq 1\end{cases}$ determina f(5/2), f(3/4), f($-\sqrt{2}$), f(π^3), f(2564)
   - f(5/2)=1+f(1/4)=1+0=1
   - f(3/4)=0
   - f($-\sqrt{2}$)=1+ f($-\sqrt{2}$ /10)=1+0=1
   - f(π^3)=1+ f(π^3/10)=1+1+1 f(π^3/100)=1+1+0=2
   - f(2564)=1+f(256.4)=1+1+ f(25.64)=1+1+1+ f(2.564)=1+1+1+1+ f(0.2564)= 4

2. Data la funzione f: x $\mapsto$ ln (exp(x)+1) calcola f(0), f(ln 2), f(ln 6)/f(ln 7), $f^{-1}(6)$
   - f(0)=ln(exp(0)+1)=ln(1+1)=ln(2)
   - f(ln 2) = ln(exp(ln 2)+1)= ln(2+1)=ln(3)
   - f(ln 6)/f(ln 7)= ln(1+exp(ln 6))/ln(1+ exp(ln 7)) = ln(1+6)/ln(1+7)= ln(7)/ln(8)
   - per determinare la controimmagine di 6 bisigna risolvere la equazione ln(exp(x)+1)=6 $\rightarrow$ exp(x)+1=exp(6) $\rightarrow$ exp(x)=exp(6)–1 $\rightarrow$ x=ln(exp(6)–1)

3. Traccia il grafico della funzione $y(x)=x-2|x^2-2x|$ e determina quali valori reali hanno tre controimmagini e le controimmagini stesse.



il termine x^2-2x è negativo per valori appartenenti all'intervallo [0, 2]; pertanto l'espressione della curva è

$$y(x)=\begin{cases}2x^2-3x & 0\leq x\leq 2\\ 5x-2x^2 & x<0\vee x>2\end{cases}$$

si tratta di due parabole aventi vertici nei punti (5/4; 25/8) e (3/4,–9/8).
Dall'analisi del grafico a lato si deduce che i punti che hanno tre controimmagini sono –9/8 e 0: le controimmagini di 0 sono {0,3/2, 5/2} come si può ricavare dalla equazione y(x)=0; le controimmagini di –9/8 sono date dalle radice delle equazioni $2x^2-3x=-\frac{9}{8}\vee 5x-2x^2=-\frac{9}{8}$ che sono

$$\left\{\frac{3}{4},\frac{5+\sqrt{34}}{4},\frac{5-\sqrt{34}}{4}\right\}$$

4. Data la funzione $f(x)=\dfrac{2x+5}{6x+2\sqrt{x}}$ determina il dominio, f(4), $f^{-1}(7/8)$, $f^{-1}(23/60)$

- Il dominio è dato dalle condizioni
  $$\begin{cases}x\geq 0\\ 6x+\sqrt{x}\neq 0\end{cases}$$
  che si riassumono nella condizione x>0: il dom f= $\mathbb{R}^{+*}$
- $f(4)=\dfrac{2*4+5}{6*4+2\sqrt{4}}=\dfrac{13}{28}$

- la controimmagine di 7/8 si trova risolvendo l'equazione

$$\frac{2x+5}{6x+2\sqrt{x}}=\frac{7}{8} \rightarrow 8(2x+5)=7(6+2\sqrt{x}) \rightarrow 7\sqrt{x}=8x-1 \rightarrow$$

$$\begin{cases} 49x=64x^2-16x+1 \\ 8x-1\geq 0 \end{cases} \rightarrow \left\langle \begin{array}{l} x_1=1 \\ x_2=\dfrac{1}{64} \quad \textit{non accettabile} \end{array} \right.$$

- la controimmagine di 23/60 si trova risolvendo l'equazione

$$\frac{2x+5}{6x+2\sqrt{x}}=\frac{23}{60} \rightarrow 60(2x+5)=23(6+2\sqrt{x}) \rightarrow 23\sqrt{x}=150-9x \rightarrow$$

$$\begin{cases} 529x=81x^2-2700x+22500 \\ 150-9x\geq 0 \end{cases} \rightarrow \left\langle \begin{array}{l} x_1=9 \\ x_2=\dfrac{2500}{81} \quad \textit{non accettabile} \end{array} \right.$$

5. Data la funzione $s(x)=2x+|x+2|$, tracciane il grafico, calcola s(1), s(–π), $s^{-1}(1)$ e $s^{-1}(-5)$

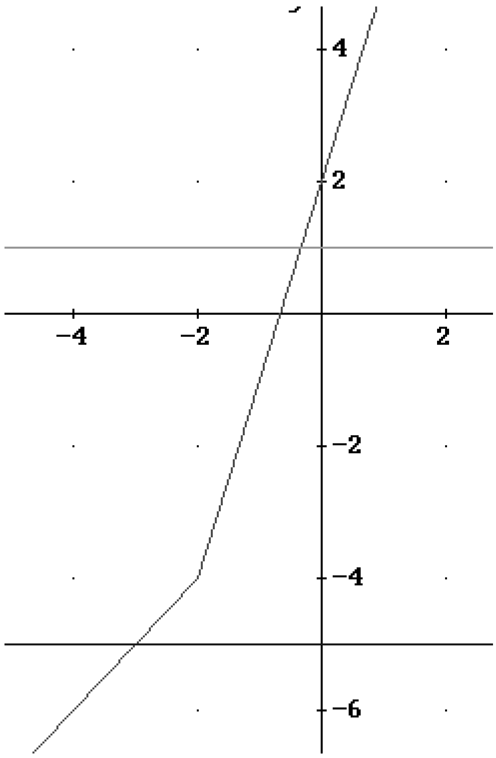
Si tratta di una spezzata formata dalle rette y=3x+2 e y=x–2

s(1)=2*1+|1+2|=5

s(–π)= –2π + | –π+2 |= –2π + π – 2 = – π – 2

la controimmagine di 1 vale –1/3: infatti
3x+2 = 1 → x= –1/3

la controimmagine di –5 è –3:
x – 2 = –5 → x = –3

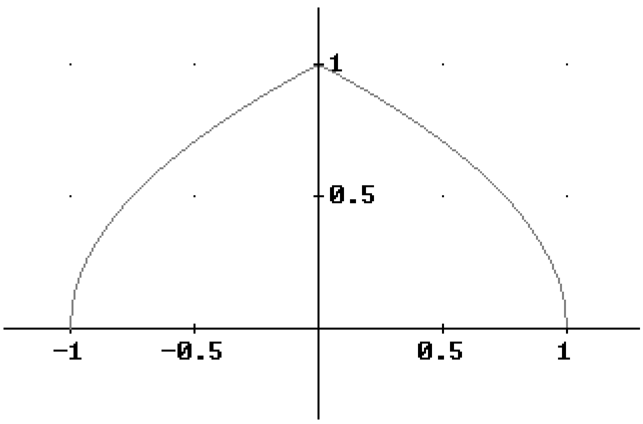


6. Data la funzione $m(x)=\sqrt{1-|x|}$ determinane il dominio e disegna il relativo grafico

La condizione del dominio è che 1–|x|≥0 → |x|≤1 → –1 ≤ x ≤ 1 → dom *m* = [–1,1]

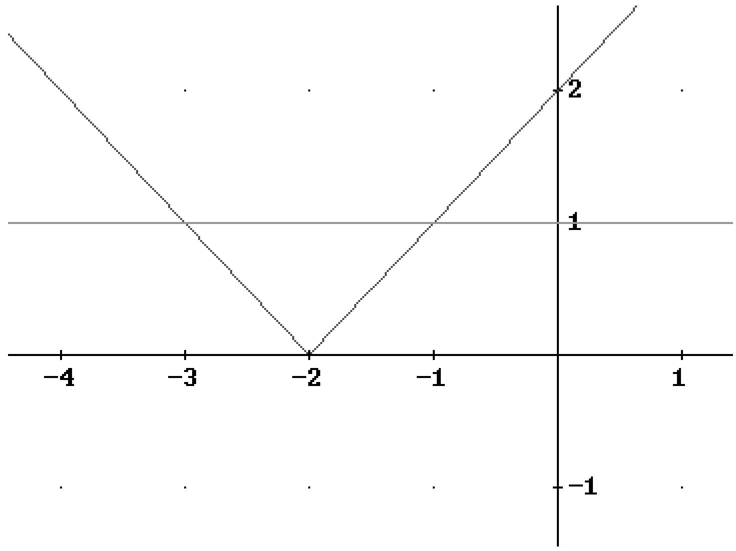
Per il grafico si tratta di due parabole con asse orizzontale con vertici in (±1,0). Infatti

$$y=\sqrt{1-x} \rightarrow \begin{cases} 1-x>0 \\ y\geq 0 \\ y^2=1-x \end{cases}$$



7. Con $q(x) = |x+2|$, dopo averne disegnato il grafico, stabilisci per quali valori *q(x)>1*

Si tratta di una spezzata dove per x>–2 vale x+2 e viceversa –x–2. Dal grafico si evince che q(x)>1 per x>–1 o per x < –3

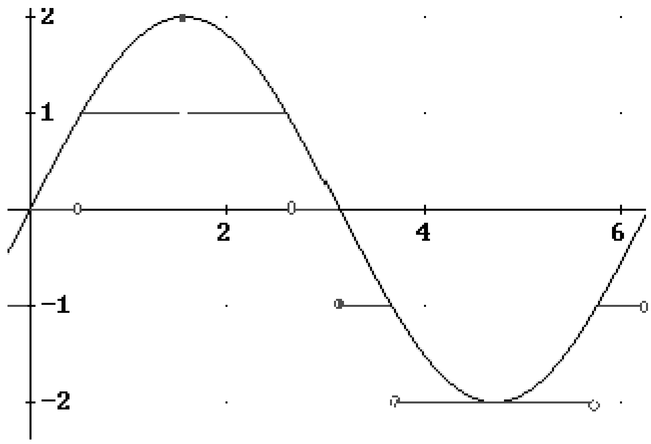


8. Disegna il grafico della funzione *c(x)=floor(2 sin x)* in [0, 2π] e determina per quali valori *c(x)=1*.

Nel grafico a lato è rappresentato in rosso il grafico della funzione c(x) che è strettamente legato a quello della sinusoide di ampiezza 2

La funzione vale 1 quando

[π/6, π/2) ∪ (π/2, 5/6 π]



9. Disegna il grafico della funzione $n(x) = floor(Log(10^x + 1))$ nell'intervallo delle ascisse [0,3] e determina per quali valori *n(x)=3*

La funzione vale 3 quando

$\log(10^x + 1) = 3$ → $10^x+1=1000$ → $10^x=999$ →

x = Log 999 ≈ 2.99

Pertanto nell'intervallo considerato la funzione vale 3 per Log 999 ≤ x ≤3